

Definimos la relación representada con el signo “ \leq ” (menor o igual que) de la siguiente forma:

$$a \leq b \Leftrightarrow \exists r \geq 0 \quad \text{tal que} \quad a + r = b$$

Ejemplo:

$$3 \leq 7 \Leftrightarrow \exists 4 \geq 0 \quad \text{tal que} \quad 3 + 4 = 7$$

La relación $a < b$ se lee como “*a estrictamente menor que b*” (en este caso $a \neq b$).

Las relaciones que acabamos de definir, $a \leq b$, $c \geq d$, $e < f$, $g > h$ se llaman *desigualdades entre números reales*. Diremos que dos desigualdades son del mismo signo cuando ambas tengan el signo \leq o el \geq . Exactamente lo mismo podemos decir para los signos $>$ o $<$.

Tal como sucede en las ecuaciones que has visto hasta ahora, en la desigualdad $a \leq b$, a se llama primer miembro y b se llama segundo.

Propiedades de las desigualdades

A la hora de operar y de resolver inecuaciones, es muy importante tener presente algunas propiedades que no debemos olvidar:

1) Si sumamos el mismo número real a los dos miembros de una desigualdad, obtenemos una desigualdad del mismo sentido, es decir:

$$a \leq b \Leftrightarrow a + c \leq b + c$$

Ejemplo:

$$6 \leq 10 \Leftrightarrow 6 + 5 \leq 10 + 5 \Leftrightarrow 11 \leq 15$$

2) Si multiplicamos por un número positivo los dos miembros de una desigualdad, obtenemos otra desigualdad del mismo sentido:

$$\text{Si } c > 0 \quad a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \leq b \cdot c$$

Ejemplo:

$$7 > 0 \quad 2 \leq 5 \Leftrightarrow 2 \cdot 7 \leq 5 \cdot 7 \Leftrightarrow 14 \leq 35$$

3) Si multiplicamos por un número negativo los dos miembros de una desigualdad, obtenemos otra desigualdad de distinto sentido:

$$\text{Si } c < 0 \quad a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$$

Ejemplo:

$$-3 < 0 \quad 8 \leq 11 \Leftrightarrow 8 \cdot (-3) \geq 11 \cdot (-3) \Leftrightarrow -24 \geq -33$$

4) Si invertimos los dos miembros de una desigualdad, obtenemos otra desigualdad de distinto sentido. (para poder hacer esto, tanto *a* como *b* deben ser $\neq 0$)

$$\text{Si } a < b, \text{ entonces } \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

Ejemplo 1:

$$3 < 8, \text{ entonces } \frac{1}{3} > \frac{1}{8}$$

Ejemplo 2:

$$\frac{5}{2x+3} < 8, \text{ entonces } \frac{2x+3}{5} > \frac{1}{8}$$

Ejemplo 3:

$$\frac{8x-5}{3x+7} > -4, \text{ entonces } \frac{3x+7}{8x-5} < \frac{-1}{4}$$