Hallar los valores de x que hacen que se cumpla la siguiente inecuación:

$$x^2 - 7 \geq -3(x-1)$$

Resolución:

Lo primero que debemos hacer es operar y agrupar en un solo término, de la siguiente forma:

$$x^2 - 7 \geq -3(x-1) \Leftrightarrow x^2 - 7 \geq -3x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 7 + 3x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 \geq 0$$

Hemos obtenido una inecuación equivalente a la del enunciado. Para resolverla procedemos de la siguiente forma:

*) Calculamos las raíces de la ECUACIÓN $x^2 + 3x - 10 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2} = \begin{cases} \dfrac{-3+7}{2} = 2 \\ \dfrac{-3-7}{2} = -5 \end{cases}$$

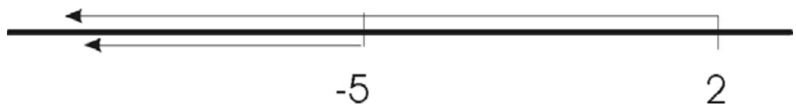
*) Una vez obtenidas las raíces, podemos descomponer el polinomio $x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5)$ y resolver la inecuación así:

$$x^2 + 3x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+5) \geq 0$$

Para que este producto sea positivo, los factores deben tener el mismo signo, es decir, ambos deben ser positivos o ambos deben ser negativos, con lo que tengo dos situaciones:

a) $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2 \\ x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5 \end{cases}$ Deben verificarse las dos a la vez, con lo que $x \geq 2$

b) $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2 \\ x + 5 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -5 \end{cases}$ Deben verificarse las dos a la vez, así $x \leq -5$



La solución de nuestro problema es pues

$$(-\infty, -5] \cup [2, +\infty)$$

Inicio de página.