# INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD

- Llamamos **experimento aleatorio** a todo aquel del que no podemos predecir el resultado cuando lo repetimos en circunstancias similares. El lanzamiento de un dado, extraer una carta de una baraja, los números de la combinación de la lotería primitiva, son ejemplos de experimentos aleatorios
- Cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio recibe el nombre de **suceso elemental**. El conjunto de todos los sucesos elementales se llama **espacio muestral** (**E**)
- Dentro del espacio muestral ligado a un experimento aleatorio, hay algunos sucesos especiales, así llamaremos
  - o **Suceso imposible**: es el que nunca se verifica. ($\varnothing$)
  - o **Suceso seguro**: es el que siempre se verifica (es el propio E)
  - o **Suceso contrario** de A: es aquel que se verifica cuando no se verifica A. ( $\overline{A}$ o también $A^c$)
- Las operaciones básicas entre sucesos son la unión y la intersección:
  - o **Suceso unión** de dos sucesos A y B es el que se verifica cuando lo hacen A o B. Se representa mediante $A \cup B$
  - o **Suceso intersección** de dos sucesos A y B es el que se verifica cuando lo hacen A y B a la vez. Se representa mediante $A \cap B$.
- Se dice que dos sucesos A y B son **incompatibles** cuando $A \cap B = \phi$
- <u>Primera ley de los grandes números o ley de estabilización de frecuencias</u>: Si repetimos n veces un determinado experimento, siendo n lo suficientemente grande, la frecuencia relativa de un suceso cualquiera A tiende a estabilizarse en torno a un valor que se llama **probabilidad de A** y se representa como P(A).
- Las tres propiedades que debe verificar la probabilidad de un suceso son:
  - o La probabilidad de un suceso debe estar siempre entre 0 y 1: $0 \le P(A) \le 1$
  - o La probabilidad del suceso seguro es 1. $P(E) = 1$
  - o Si A y B son sucesos incompatibles, se verifica $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- Consecuencia inmediata de las propiedades anteriores son también las siguientes:

  * La probabilidad del suceso contrario de A es: $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

  * La probabilidad del suceso imposible es 0; $P(\phi) = 0$

  * Si A y B son dos sucesos cualesquiera, se verifica que: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- Llamaremos sucesos equiprobables a aquellos que tienen la misma probabilidad.
- En el caso de que los sucesos de un determinado experimento aleatorio sean equiprobables, para calcular la probabilidad de un suceso A, se emplea la **Regla de Laplace**:

$$\mathrm{P(A)} = \frac{\text{casos favorables a A}}{\text{casos posibles del experimento}}$$

- Dos sucesos se dicen **independientes** cuando la probabilidad de que se verifique uno de ellos no tiene ninguna relación con la probabilidad de que se verifique el otro. Si dos sucesos son independientes se cumple que

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- Si dos sucesos no son independientes, entonces tenemos:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

  Donde P(B/A) se lee como "probabilidad de B condicionada a A" y es la probabilidad del suceso B, suponiendo que antes ha sucedido A. (Extraer cartas de una baraja una a una y sin devolución, por ejemplo)

- El teorema de Bayes

  Si $B_1$, $B_2$, …., $B_n$ son sucesos de un experimento aleatorio tales que la unión de todos ellos es todo el espacio muestral, es decir, $B_1 \cup B_2 \cup ..... \cup B_n = E$ y además tomados dos a dos son sucesos incompatibles, $B_i \cap B_j = \varnothing$ para cualesquiera $i$ y $j$, entonces, para cualquier suceso A, la probabilidad $p(B_i / A)$ viene dada por la siguiente fórmula:

$$P(B_i / A) = \frac{p(B_i)\,p(A/B_i)}{p(B_1)\,p(A/B_1) + p(B_2)\,p(A/B_2) + .... + p(B_n)\,p(A/B_n)}$$

El teorema de Bayes invierte la información y estudia, supuesta la realización de un efecto, A, la probabilidad de que provenga de una determinada causa $B_i$. , que es una de las que pueden haber ocurrido y que sabemos que se verifica una y sólo una.